MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DELEGATION REGIONALE DU LITTORAL
COLLEGE HENRI DUMONT

Examen : Probatoire C blanc 2012
Série : C
Epreuve : Mathématiques
Durée :3 h
Coefficient : 6

L'épreuve comporte trois exercices et un problème repartie sur deux pages.

Exercice 1 : 4pts

1.a) Montrer que $\sin 5x = (16\sin^4 x - 20\sin^2 x + 5)\sin x$ 1pt

b) En déduire que $\sin\frac{\pi}{5}$ est solution de l'équation (E) : $16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$ 0,5pt

2. a) Résoudre dans IR, l'équation (E) et en déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{5}$ 0,75pt+0,25pt

b) en déduire que $\cos\frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$ 0 ,25pt

3. a) Résoudre dans $[0, 2\pi[$, l'équation (E') : $4(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1+\sqrt{5}$ 0,75pt

b) Représenter sur un cercle trigonométrique l'ensemble des points $M(\alpha)$ tels que $-2 < 4\cos\alpha \leq 1+\sqrt{5}$ 0,5pt

Exercice 2 : 3pts

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Choisir cette bonne réponse
Bonne réponse 0,5pt. Mauvaise réponse : 0pt

1) le système $\begin{cases} 45x + 75y + 120z = 5460 \\ 7x + 10y + 16z = 770 \\ 35x + 45y + 60z = 3420 \end{cases}$ a pour triplet de solution

a) (41; 8 ; 16) b) (16 ; 22 ; 42) c) (42 ; 22 ; 16), d) (43 ; 21 ; 15)

2) Un homme et une femme doivent représenter un groupe constitué de 7 hommes et 5 femme à une cérémonie. Le nombre de sélections est :

a) 35, b) 5^7 c) 7^5 d) 70

3) une urne contient 4 boules noires et 3 boules blanches. On tire successivement avec remise 3 boules de l'urne. Le nombre de façon d'obtenir une seule boule blanche est :

a) $C_3^1 A_3^1 A_4^2$ b) 3×4^2 c) $6 \times C_4^1 C_4^2$ d) $C_3^1 \times 3 \times 4^2$

4) la moyenne de la série définie par le tableau est :

Tranche d'âge	[30,35[	[35, 40[	[40, 45[	[45, 50[	[50 , 55[
Effectif	17	20	10	20	13

a) 39 , b) 42 , c) 45 , d) 52

5) Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère le plan (P) d'équation $2x + 3y - z + 4 = 0$ et A(-2 ; 1 ; 5). Une équation paramétrique de la droite (D) passant par A et orthogonale à (P) est :

a) $\begin{cases} x = -2 + 2k \\ y = -1 + 3k \\ z = 5 - k \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = -2 + 2k \\ y = 1 + 3k \\ z = 5 - k \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = -2 + 2k \\ y = -1 - 3k \\ z = 5 - k \end{cases}$ $(k \in IR)$

6) Une solution (x_0, y_0) dans $[0,2\pi[\times[0,2\pi[$ du système $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3} \\ \sin x + \sin y = 1 \end{cases}$ est tel que :

a) $x_0 = \frac{\pi}{6}$ et $y_0 = \frac{\pi}{6}$ b) $x_0 = \frac{\pi}{2}$ et $y_0 = -\frac{\pi}{6}$ c) $x_0 = \frac{5\pi}{6}$ et $y_0 = -\frac{\pi}{2}$ d) x_0 est solution de l'équation $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2$.

Exercice 3: 2,5 pts

Soit un carré ABCD de sens direct

1) Construire les points B', C' et D' images respectives des points B, C et D par la rotation r de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$ 0,75pt

2) Démontrer que les points A, B' et C sont alignés. 1pt

3) La droite (B'C') coupe le segment [CD] en F et le segment [BC] en E.
Démontrer que le triangle ECF est rectangle et que F= r (E). 0,75pt

PROBLEME : 10,5 pts

Le problème comporte deux parties indépendantes

Partie A : 6,5pts

Soit f la fonction définie sur IR -{-3} par $f(x) = \frac{3x+4}{x+3}$

1) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation sur $]-3, +\infty[$ 1,5pt

2) a) Montrer que la fonction g définie par g(x) = f(x - 3) - 3 est impaire 0,5pt

b) Que représente alors le point $A\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$ pour la courbe (c) de f. 0,25pt

3) Tracer soigneusement la courbe ($\mathcal{C}$) sur IR - {-3} et ses asymptotes (on utilisera les questions 1) et 2)b) 0,5pt

4) a) Déterminer graphiquement la solution du système d'inéquation $-1 \leq \frac{3x+4}{x+3} \leq 5$ 0,75pt

b) Retrouver ce résultat par calcul 1pt

5) Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$, $U_{n+1} = \frac{3U_n+4}{U_n+3}$. On suppose que $\forall n \in IN$ $0 < U_n < 2$

a) Construire sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite (U_n) et conjecturer la limite de cette suite 1pt +0,25pt

b) Montrer que $U_{n+1} - U_n = \frac{4+U_n^2}{U_n+3}$ 0,5pt

c) En déduire le sens de variation de la suite (U_n) 0,5pt

Partie B : 4pts

L'espace est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points $A\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et le vecteur $\vec{V}\begin{pmatrix}4\\0\\-3\end{pmatrix}$

Soit I le milieu de [BC] et G le barycentre du système $\{(A,3),(B,-1),(C,-1)\}$. On considère l'ensemble (E) des points M de l'espace tels que $3MA^2 - MB^2 - MC^2 = 7$ et (E') l'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{V} = 17$.

1) Déterminer les coordonnées des points I et G 0,25ptx2

2) a) Montrer que $3MA^2 - MB^2 - MC^2 = MG^2 - 6AI^2 - \frac{BC^2}{2}$ 0,5pt

b) En déduire que (E) est une sphère dont on précisera le centre et le rayon. 0,5pt

3) Déterminer une équation cartésienne de (E'). Quelle est sa nature ? 0,75pt

4) Montrer que l'intersection de (E) et (E') est un cercle ($\mathcal{C}$) dont on précisera le rayon. 0,75pt

5) a) Déterminer, une représentation paramétrique de la droite (D) passant par G et orthogonale à l'ensemble (E'). 0,5pt

b) En déduire les coordonnées du point Ω, centre du cercle ($\mathcal{C}$). 0,5pt